2020年度入試解説（数学）

$\boxed{1}$ (1)

イ　$-4^3=-4\times4\times4=-64$，$(-2)^2=(-2)\times(-2)=4$　より　$-4^3\div(-2)^2=(-64)\div4=-16$

ウ　$2a^3b^2\times3ab^3\div(-6ab^2)^2=2a^3b^2\times3ab^3\div36a^2b^4=\dfrac{6a^4b^5}{36a^2b^4}=\dfrac{1}{6}a^2b$

エ　$(2x+1)^2-(x+3)(x-5)=(4x^2+4x+1)-(x^2-2x-15)=3x^2+6x+16$

オ　$\sqrt{75}-\sqrt{108}+\dfrac{4}{\sqrt{12}}=5\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\left(5-6+\dfrac{2}{3}\right)\sqrt{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

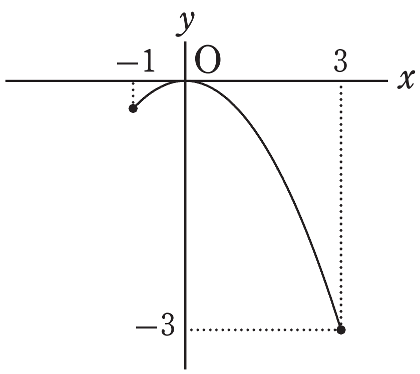
(2)　$-4y=-3x-12$　両辺を -4 で割って　$y=\dfrac{3}{4}x+3$

(3)　$x+10=A$　とおくと

$(x+10)^2-(x+10)-6=A^2-A-6=(A-3)(A+2)=(x+10-3)(x+10+2)=(x+7)(x+12)$

(4)　解の公式を利用する。

(5)

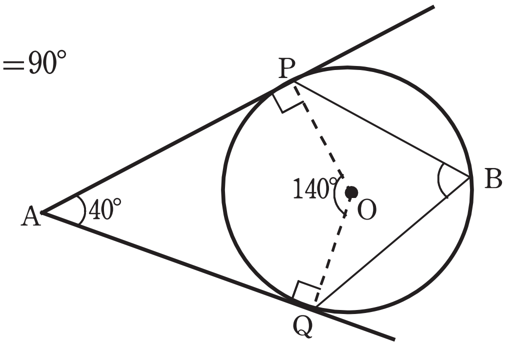


$y=-\dfrac{1}{3}x^2$　のグラフより　$-3\leqq y\leqq0$

(7)　中心 O と接点 P, Q をそれぞれ結ぶと∠OPA＝∠OQA＝90°

四角形 OPAQ について，∠POQ＝180°−40°＝140°

円周角の定理より，∠ PBQ＝140°÷2＝70°



(8)　底面を△ ADB と考えて，四面体 EADB の体積を求めると　$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4\right)\times4=\dfrac{32}{3}$

底面を △ BDE と考えて，四面体 ABDE の体積を求めると

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}\right)\times\mathrm{AP}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\mathrm{AP}$

これが等しいので

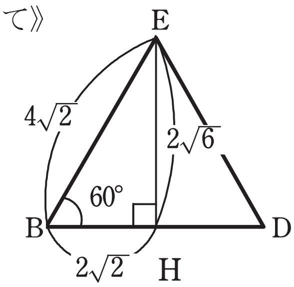
$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\mathrm{AP}=\dfrac{32}{3}$

$\mathrm{AP}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

《△ BDE について》

点 E から辺 BD へ垂線を引き，交点を H とすると

EH:BH＝$\sqrt{3}$:1



2 (1) **ア**　度数の合計が 35 なので $1+3+8+x+y+6=35$　より　$x+y=17$　…①

また，平均値が 3.2 なので $(0\times1+1\times3+2\times8+3\times x+4\times y+5\times6)\div35=3.2$　より

$3x+4y=63$　…②　　①，② より　$x=5$，$y=12$

得点(点)	度数(人)
0	1
1	3
2	8
3	5
4	12
5	6
合　計	35

イ　**ア** より　度数分布表は右のようになる。よって，最頻値は 4 点

ウ　正解した問題を○，不正解した問題を×とすると，３問の答え方と得点のとり方は以下の通りである。

第１問	第２問	第３問	得　点
○	○	○	５点
○	○	×	２点
○	×	○	４点
○	×	×	１点
×	○	○	４点
×	○	×	１点
×	×	○	３点
×	×	×	０点

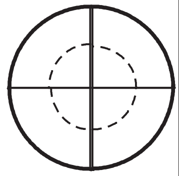
3 問中 2 問正解したのは，
得点が 2 点または 4 点の生徒である。
よって，$8+12=20$　　20 人

エ　36 人の中央値は大きさの順で並べたとき，18 番目と19 番目の平均値となるので，3.5 点

(2) **ア**　$\ell=x+x+y+y+2\times\pi\times\frac{r}{2}=2x+2y+\pi r$

イ　$S=rx+rx+ry+ry+\pi r^2=r(2x+2y+\pi r)=r\ell$

4 つ角は中心角が 90° の扇形で，4 つ合わせると円となる。
実線の円の半径は r
点線の円の半径は $\frac{r}{2}$

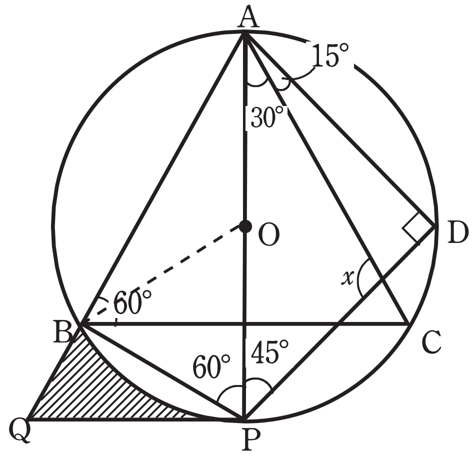


3 (1)　△ ADP は直角二等辺三角形なので，∠DAP＝∠DPA＝45°

△ ABC は正三角形なので，∠CAP＝30°

∠DAC＝45°−30°＝15°　三角形の内角と外角の関係より

$\angle x=15°+90°=105°$



(2)　△ ADP は直角二等辺三角形なので，$AD:AP=1:\sqrt{2}$

よって，AP＝ 6 cm より　半径は 3 cm

(3)　△ ABP について，辺の比が $BP:AP:AB=1:2:\sqrt{3}$ より

BP＝3 cm，AB＝ $3\sqrt{3}$ cm となる。

△ ABP ∽ △ APQ より　AB:BP＝AP:PQ

よって　PQ＝ $2\sqrt{3}$ cm

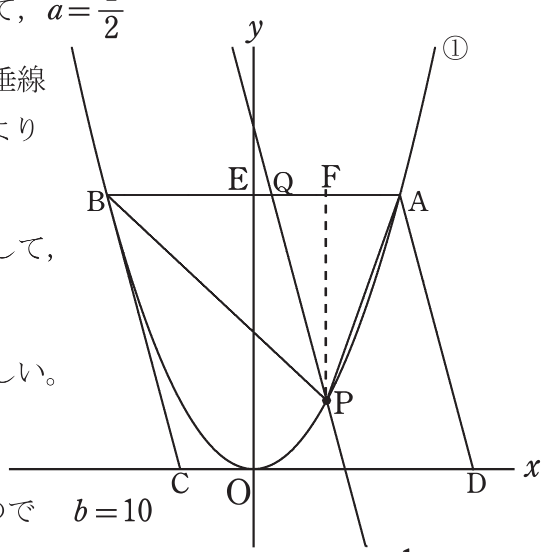
(4)　△ ABP ∽ △ APQ より　AQ＝ $4\sqrt{3}$ cm　　よって　BQ＝ $\sqrt{3}$ cm

また，扇形 OBP は半径が 3 cm，中心角が 60° なので，$\overset{\frown}{BP}=2\times\pi\times3\times\frac{1}{6}=\pi$ cm

よって，求める周の長さは　$PQ+BQ+\overset{\frown}{BP}=(3\sqrt{3}+\pi)$ cm

4 (1) 平行四辺形 ABCD より　CD＝BA＝8　よって，A(4, 8)となるので，B(−4, 8)

(2) $y=ax^2$ に $x=4, y=8$ を代入して，$8=16a$　よって，$a=\frac{1}{2}$



(3) 線分 AB と y 軸との交点を E,　点 P から線分 AB へ垂線を引き，その交点を F とする。△OAB:△PAB=4:3　より OE:PF=4:3 となる。よって，PF=6

これより点 P の y 座標が 2 となるので $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，

$x^2=4$　$0 \leqq x \leqq 2$ なので，$x=2$　P(2, 2)

(4) PQ∥DA　より直線 PQ の傾きと直線 AD の傾きは等しい。

よって，直線 PQ の傾きは $\frac{0-8}{6-4}=-4$

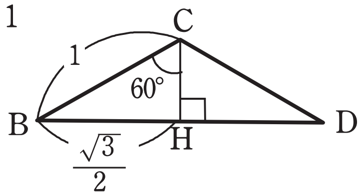
直線 PQ は $y=-4x+b$ と表せる。点 P(2, 2)を通るので　$b=10$

直線 PQ は $y=-4x+10$　点 Q の y 座標は 8 なので，$8=-4x+10$ を解いて　$x=\frac{1}{2}$

$AQ=4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$，　$BQ=4+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$　△PAQ と △PBQ は高さが PF で共通しているので面積比は，底辺の比になる。　よって，△PAQ:△PBQ=AQ:BQ=7:9

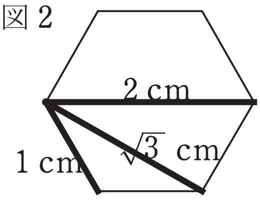
5 (1) 右の図 1 で△CBD で，点 C から線分 BD へ垂線を引き，その交点を H とすると　$BH=\frac{\sqrt{3}}{2}$　よって，$\ell=\sqrt{3}$

図 1



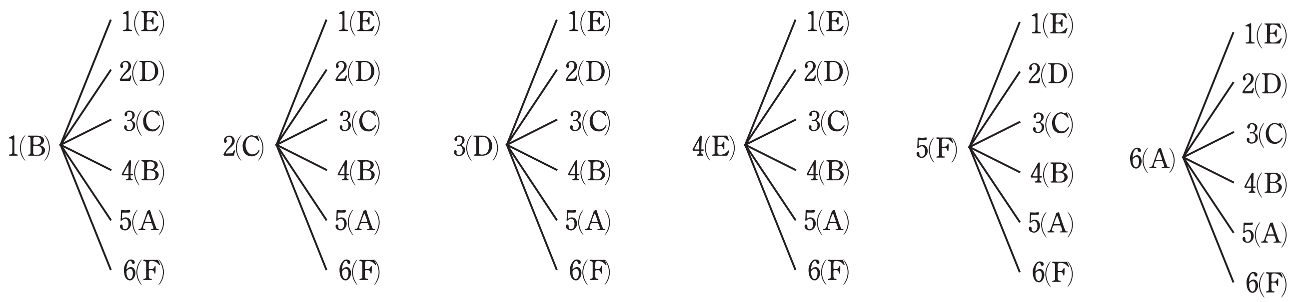
(2) ℓ のとる値は，右の図 2 の 3 通りと 2 点が重なった場合の $\ell=0$ で4 通り

図 2



(3) 2 つのさいころの目の出方 (x, y) について，樹形図を考えると以下のようになる。$\ell=0$ は 2 点が重なる場合なので

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 6), (6, 5) の 6 通り　よって，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$



(4) 3 点 A, P, Q を結び三角形とならないのは，点P，Q の 2 点が重なるときと点P，Q のどちらかまたは両方が点 A と重なるときなので　(1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 5) (4, 1), (4, 5), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)　の 16 通り

よって，三角形ができるのは，36−16=20 通り　より　$\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$