

2022年

数 学

1 次の(1)～(9)に答えなさい。(42点)

(1) 次のア～オを計算しなさい。

ア  $3-5$

イ  $4ab^2 \times (-3a^2b)^2 \div 6a^5$

ウ  $x+2y-\frac{2x-y}{3}$

エ  $(x+2)^2-(x+3)(x-3)$

オ  $\sqrt{27}-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(2) 等式  $S=\frac{1}{2}h(a+b)$  を  $a$  について解きなさい。

(3)  $x=\sqrt{2}+1$ ,  $y=\sqrt{2}-1$  のとき,  $x^2+y^2-3xy$  の値を求めなさい。

(4) 右の表は,  $x$  と  $y$  の関係を表したものである。次のア, イに答えなさい。

$x$	...	-2	...	1	...	3	...
$y$	...	-6	...	<input type="text"/>	...	4	...

ア  $y$  が  $x$  に反比例するとき, 表の  にあてはまる値を求めなさい。

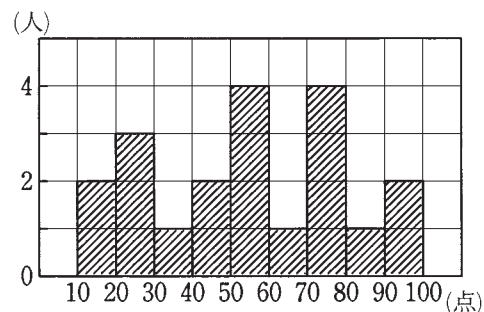
イ  $y$  が  $x$  の1次関数であるとき, 表の  にあてはまる値を求めなさい。

(5) 二次方程式  $(x+3)^2-5=0$  を解きなさい。

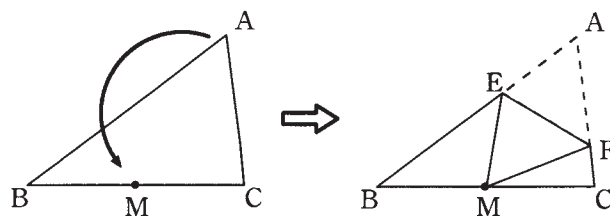
(6) 関数  $y=-2x^2$  について記述しているもので、誤っているものを次の①～⑤の中から1つ選び、番号で答えなさい。

- ① グラフは放物線とよばれ、頂点は原点である。
- ② グラフは  $y$  軸について対称な曲線である。
- ③  $x$  が増加するとき、 $x < 0$  の範囲では、 $y$  の値は増加する。
- ④ 変化の割合は一定である。
- ⑤  $y$  の最大値は0である。

(7) 右の図は、ある中学生 20 人が行った数学のテストの結果をヒストグラムに表したものです。中央値が入っている階級の階級値を答えなさい。

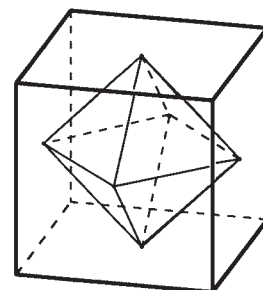


(8) 右の図の  $\triangle ABC$  を、頂点  $A$  と辺  $BC$  の中点  $M$  が重なるように折るとき、折り目の線分  $EF$  を作図する考え方として正しいものを次の①～⑤の中から1つ選び、番号で答えなさい。



- ① 線分  $AB$  の垂直二等分線を作図する。
- ② 線分  $AC$  の垂直二等分線を作図する。
- ③ 線分  $AM$  の垂直二等分線を作図する。
- ④  $\angle ACB$  の二等分線を作図し、線分  $AB$  との交点を  $E$ 、 $\angle ABC$  の二等分線を作図し、線分  $AC$  との交点を  $F$  として、線分  $EF$  を作図する。
- ⑤  $\angle BAC$  の二等分線と辺  $BC$  との交点を  $D$  とし、線分  $AD$  の垂直二等分線を作図する。

(9) 右の図のように、立方体の各面の対角線の交点を結び、正八面体をつくる。立方体の1辺の長さが6 cm のとき、正八面体の体積を求めなさい。



2 次の(1), (2)に答えなさい。(16点)

(1) 太郎さんと花子さんのクラスで、数学の時間に次のような宿題が出された。

**【宿題】**

縦 126 cm, 横 180 cm の長方形の板に, 1 辺の長さが  $a$  cm の正方形の紙をすき間なく貼っていきます。このとき, 貼る紙の大きさをできるだけ大きくするには  $a$  の値をいくりにしたらよいでしょうか。ただし,  $a$  は整数とします。

次の(i)~(iii)に答えなさい。

(i) 2人の会話を読んで,  ~  にあてはまる式やことばを答えなさい。

《2人の会話》

太郎: 縦の長さが 126 cm だから, 縦に並べる紙の枚数を  $m$  とすると,  $126 = \text{ア}$  と表せるね。

花子: 横の長さについても同じように考えることができるわ。横に並べる紙の枚数を  $n$  とすると,  $180 = \text{イ}$  ね。

太郎: 紙の大きさはできるだけ大きいものにするを考えれば, 126 と 180 の  を求めると  $a$  の値が分かるね。

花子: じゃあ, 126 と 180 を素因数分解して考えましょう。

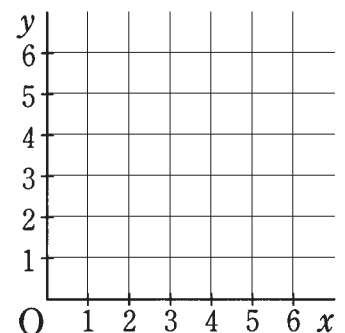
(ii) 126 を素因数分解しなさい。

(iii)  $a$  の値を求めなさい。

(2) 1つのさいころを2回投げて, 1回目に出た目を  $a$ , 2回目に出た目を  $b$  とする。このとき, 次の **ア**, **イ** に答えなさい。ただし, どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

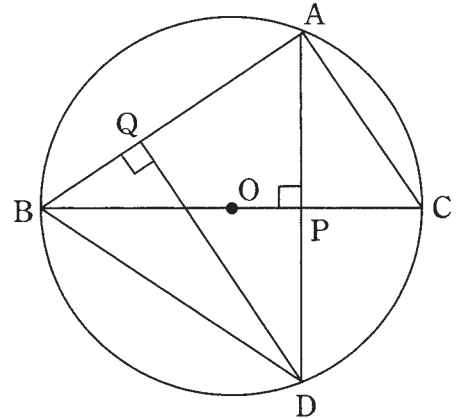
**ア**  $a = b$  となる確率を求めなさい。

**イ** 座標平面上に点  $P(a, b)$  をとる。このとき, 原点  $O$  と点  $P$  の2点間の距離  $OP$  が整数となる確率を求めなさい。



3

下の図で  $\triangle ABC$  の3つの頂点は円  $O$  の周上の点で、線分  $BC$  はこの円の直径である。点  $A$  から直径  $BC$  に垂線を引き、その交点を  $P$  とし、垂線を延長して円と交わった点を  $D$  とする。また、点  $D$  から線分  $AB$  に垂線を引き、その交点を  $Q$  とする。このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。(16点)



(1)  $\triangle ABC \sim \triangle QDA$  であることを次のように2通りの方法で証明をした。 ~ ,  にあてはまることばを入れなさい。

また、,  には、 $A, C, D, P, O$  の中から適するものを選び、それぞれ答えなさい。

## 【証明1】

直径  $BC$  と線分  $QD$  の交点を  $E$  とする。

$\triangle EQB$  と  $\triangle EPD$  において

仮定より、 $\angle EQB = \angle EPD = 90^\circ \dots\dots ①$

は等しいので、 $\angle QEB = \angle PED \dots\dots ②$

①, ②より、 ので  $\triangle EQB \sim \triangle EPD$

対応する角は等しいので、 $\angle QBE = \angle PDE \dots\dots ③$

$\triangle ABC$  と  $\triangle QDA$  において 仮定より、 $\angle BAC = \angle DQA = 90^\circ \dots\dots ④$

③, ④より、 ので  $\triangle ABC \sim \triangle QDA$  ☐

## 【証明2】

$\triangle ABC$  と  $\triangle QDA$  において

仮定より、 $\angle DQB = \angle BPD = 90^\circ$

直線  $BD$  に対して同じ側にある角が等しいので

より、

4点  $Q, B, \text{  }, \text{  }$  は1つの円周上にある。

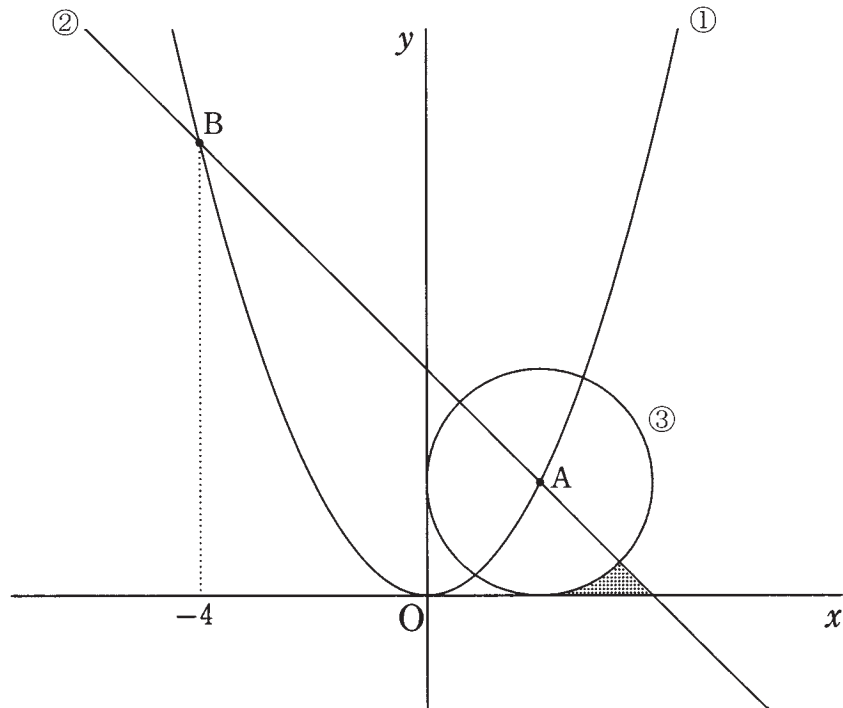
弧   $Q$  に対する  は等しいので  $\angle PBQ = \angle PDQ \dots\dots ①$

また、仮定より、 $\angle BAC = \angle DQA = 90^\circ \dots\dots ②$

①, ②より、 ので  $\triangle ABC \sim \triangle QDA$  ☐

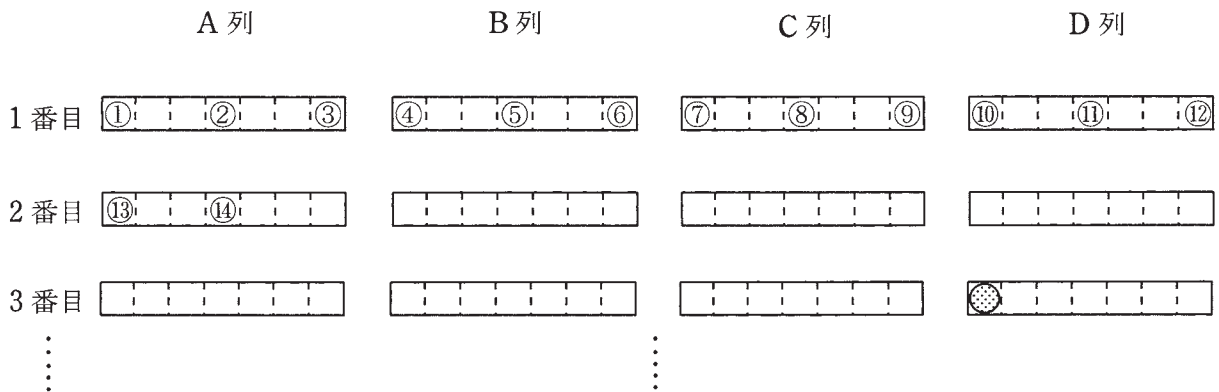
(2) 円  $O$  の半径が  $4\text{ cm}$ ,  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $AD = 3\sqrt{7}\text{ cm}$  のとき、 $AQ$  の長さを求めなさい。

- 4 下の図で、①は関数  $y = px^2$  のグラフで、②は関数  $y = ax + b$  のグラフである。①、②のグラフはともに点 A (2, 2) を通り、 $x$  座標が  $-4$  である点 B で交わっている。また、③は点 A を中心とする円で、 $x$  軸、 $y$  軸に接している。このとき、次の(1)～(4)に答えなさい。ただし、単位の長さを  $1\text{ cm}$  とする。(14点)



- (1)  $p$  の値を求めなさい。
- (2)  $a$  ,  $b$  の値を求めなさい。
- (3) ③の半径を求めなさい。
- (4) 図の色がついた部分の面積を求めなさい。ただし、円周率を  $\pi$  とする。

5 S 高校では、希望した生徒を対象に、講堂で進路説明会を行うことにした。講堂に設置されている長椅子は1脚に7人まで座ることができるが、密を避けるために、2人分ずつ空けて、1脚に3人ずつ座ってもらうことにした。また、下の図のように長椅子は、左から順に、縦にA列、B列、C列、D列と並んである。座る席は、講堂に来た順にA列の左側の座席から3人ずつ座ってもらい、D列の右端まで人が座ったら、またA列の左側から順に座ってもらうよう誘導する。その際、何人参加したかを記録するために、来た順に番号札を渡すことにした。次の(1)～(3)に答えなさい。(12点)



(1) 図の●の生徒は、D列の前から3番目の左端に座っている。この生徒は、何番の番号札を持っているか、番号を答えなさい。

(2) 100番の番号札を持つ生徒は、どの列の前から何番目の長椅子に座るか、答えなさい。

(3) 1脚に3人ずつ座ってもらったら、長椅子が足りず31人座ることが出来なかった。そこで、1脚に4人ずつ座り直してもらったところ、すべての生徒がちょうど4人ずつ座ることができ、さらに使わない長椅子が4脚あった。参加した生徒の人数と長椅子の数を答えなさい。