解説

1 （1） **ア**　$-(5-3)=-2$

イ　$4ab^2\times(-3a^2b)\times(-3a^2b)\times\dfrac{1}{6a^5}=\dfrac{36a^5b^4}{6a^5}=6b^4$

ウ　$\dfrac{3(x+2y)}{3}-\dfrac{2x-y}{3}=\dfrac{3(x+2y)-(2x-y)}{3}=\dfrac{3x+6y-2x+y}{3}=\dfrac{x+7y}{3}$　　※ $\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3}y$ でも良い

エ　$x^2+4x+4-(x^2-9)=x^2+4x+4-x^2+9=4x+13$

オ　$\sqrt{3^2\times3}-\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=3\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\left(3-\dfrac{1}{3}\right)\sqrt{3}=\left(\dfrac{9}{3}-\dfrac{1}{3}\right)\sqrt{3}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

（2） 両辺を2倍して　$2S=h(a+b)$　　両辺を h でわって　$\dfrac{2S}{h}=a+b$

b を移項して，左辺と右辺をいれかえると　$a=\dfrac{2S}{h}-b$

（3） $x^2-2xy+y^2-xy=(x-y)^2-xy=\{(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)\}^2-(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=(1+1)^2-(2-1)=3$

（4） **ア**　a を定数として，反比例の式を $y=\dfrac{a}{x}$ と表すと　$a=xy$　$x=3$，$y=4$ を代入すると　$a=12$

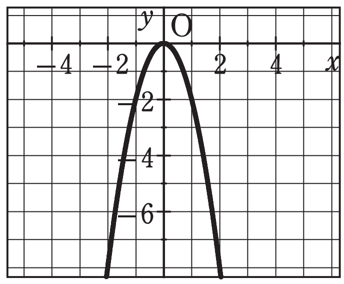
$y=\dfrac{12}{x}$ において，$x=1$ を代入すると，$y=12$

イ　x の増加量は，$3-(-2)=5$　y の増加量は，$4-(-6)=10$　よって，変化の割合は $\dfrac{10}{5}=2$

b を定数として，1次関数の式を $y=2x+b$ とおくと，$x=3$，$y=4$ を代入して　$4=2\times3+b$

これを解いて，$b=-2$　1次関数の式は，$y=2x-2$　$x=1$ を代入すると，$y=2\times1-2=0$

（5） $(x+3)^2=5$　より　$x+3=\pm\sqrt{5}$　よって，$x=-3\pm\sqrt{5}$



（6） $y=-2x^2$ のグラフは右図

図より，①，②，③，⑤　は正しい

④について，例えば，x の値が0から2まで増加するときと2から4まで増加するときでは，y の増加量が異なる。

よって，変化の割合は一定にはならない。誤っているのは④

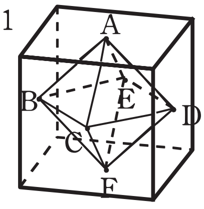
（7） 度数分布表にまとめたものが右図

中央値はデータを大きさ順に並べると，10番目と11番目の間の平均値になるので，中央値が含まれている階級は，50点～60点である。よって，その階級値を答えるので，55点

階級(点)	階級値	度数(人)
10 以上　20 未満	15	2
20 ～ 30	25	3
30 ～ 40	35	1
40 ～ 50	45	2
50 ～ 60	55	4
60 ～ 70	65	1
70 ～ 80	75	4
80 ～ 90	85	1
90 ～ 100	95	2
計		20

（8） 点Aと点Mからの距離が等しい直線を作図する，③の線分AMの垂直二等分線が正しい。

図1



（9） 正八面体の 頂点をそれぞれA，B，C，D，E，Fとする。(図1)

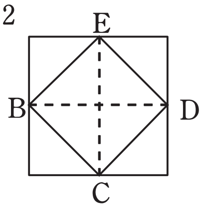
このうち4点B，C，D，Eを通る底面に平行な面で切り，断面を考えると(図2)，

四角形BCDEの面積は，底面の正方形の面積の半分である。また，四角すいA−BCDE

高さも立方体の高さの半分なので，その体積は，$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times6\right)\times3=18$　cm^3

よって，正八面体ABCDEFの体積は，$18\times2=36\,\text{cm}^3$

図2

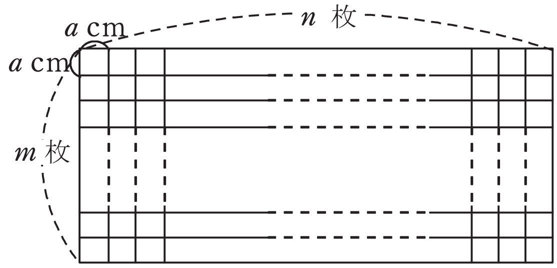


解説

2 （1）（ⅰ） 1辺が a cmの正方形を縦に m 枚並べると，am cmとなる。これが，縦の長さと等しいので　$126=am$

同様に考えて，$180=an$

このことから，a は，126と180の公約数であり，a の値をできるだけ大きくすることに気を付ければ，a は，126と180の最大公約数であることがわかる。



（ⅱ） 126を素因数分解すると，$126=2\times3^2\times7$

（ⅲ） 180を素因数分解すると，$180=2^2\times3^2\times5$　　よって，$126=18\times7$，$180=18\times10$ と表せることから，最大公約数は，18である。よって，$a=18$

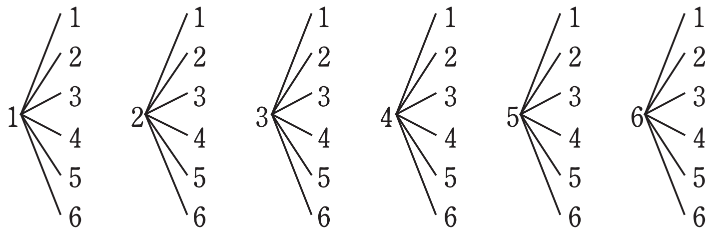
（2） 樹形図は右のようになる。

ア　$(a,\ b)=(1,\ 1),\ (2,\ 2),\ (3,\ 3),\ (4,\ 4),\ (5,\ 5),\ (6,\ 6)$ の6通り　よって，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

イ　P$(a,\ b)$より

OP$=\sqrt{a^2+b^2}$ である。OPの値が整数となるのは，$(a,\ b)=(3,\ 4),\ (4,\ 3)$ の2通り

よって，$\dfrac{2}{36}=\dfrac{1}{18}$



3 （1）【証明1】直径BCと線分QDの交点をEとする。

△EQBと△EPDにおいて

仮定より，∠EQB＝∠EPD＝90°……①

$\boxed{\text{対頂角}}$ は等しいので，∠QEB＝∠PED……②

①，②より，$\boxed{\text{2組の角がそれぞれ等しい}}$ ので　△EQB∽△EPD

対応する角は等しいので，∠QBE＝∠PDE……③

△ABCと△QDAにおいて　仮定より，∠BAC＝∠DQA＝90°……④

③，④より，$\boxed{\text{2組の角がそれぞれ等しい}}$ ので　△ABC∽△QDA　　終

【証明2】

△ABCと△QDAにおいて

仮定より，∠DQB＝∠BPD＝90°

直線BDに対して同じ側にある角が等しいので $\boxed{\text{円周角の定理の逆}}$ より，

4点Q，B，$\boxed{\text{D}}$，$\boxed{\text{P}}$ は1つの円周上にある。

弧 $\boxed{\text{P}}$ Qに対する $\boxed{\text{円周角}}$ は等しいので　∠PBQ＝∠PDQ……①

また，仮定より，∠BAC＝∠DQA＝90°……②

①，②より，$\boxed{\text{2組の角がそれぞれ等しい}}$ ので　△ABC∽△QDA　　終

（2） △ABCにおいて，三平方の定理より　$BC^2=AB^2+AC^2$　である。BCは円の直径より，BC＝8 cm

$8^2=6^2+AC^2$ から　$AC^2=64-36=28$　$AC=2\sqrt{7}$ cm

（1）より，△ABC∽△QDA　から，対応する辺の比が等しくなるので　BC : CA = DA : AQ

$8:2\sqrt{7}=3\sqrt{7}:AQ$　これを解いて　$AQ=\dfrac{21}{4}$ cm

解説

4 （1） $y=px^2$ が点A$(2,\ 2)$を通るので， $x=2$ ， $y=2$ を代入して　$2=p\times2^2$　これを解いて　$p=\dfrac{1}{2}$

（2）（1）より，①は， $y=\dfrac{1}{2}x^2$　である。これより，点Bの y 座標を求めると，

①に $x=-4$ を代入して， $y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=\dfrac{1}{2}\times16=8$　よって， 点B$(-4,\ 8)$

②は，2点A$(2,\ 2)$，B$(-4,\ 8)$を通るので，

$y=ax+b$ に $x=2$ ， $y=2$ を代入して　$2a+b=2$　また， $x=-4$ ， $y=8$ を代入して　$-4a+b=8$

これを連立して　$a=-1$ ， $b=4$

（3） この円は， x 軸と y 軸の両方に接しているので，点A$(2,2)$から x 軸， y 軸にそれぞれ垂線を下ろすと円の半径と等しくなる。よって，円の半径は，2 cm

（4） 点Aから x 軸に垂線を引き， x 軸との交点をHとする。

また，②と x 軸との交点をCとすると

点Cの x の座標は， $y=-x+4$ に $y=0$ を代入すると

$x=4$　　よって，P$(4,\ 0)$

△AHCは，AH=CH=2 の直角二等辺三角形になるので，

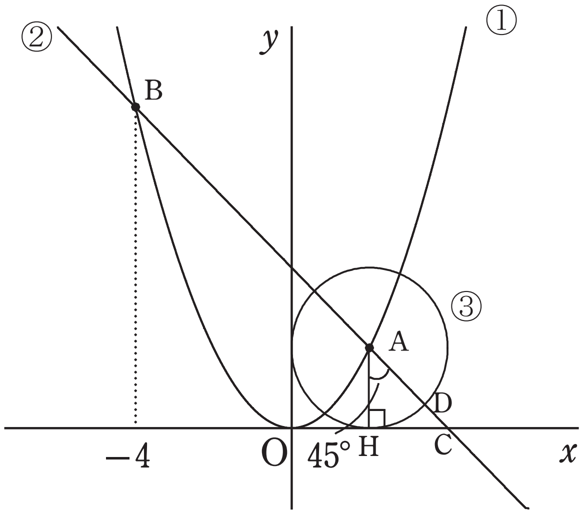
△AHC= $\dfrac{1}{2}\times2\times2=2$ (cm^2)

また，②と③との交点のうち，点Aの下側にある点をDとすると，

扇形AHDは中心角が45°，半径が2 cmより

面積は　$2^2\pi\times\dfrac{45}{360}=\dfrac{\pi}{2}$ (cm^2)

よって，色がついた部分の面積は　$\left(2-\dfrac{\pi}{2}\right)$ cm^2



5 （1） 1番目→2番目→3番目→…… と12ずつ増えていくので，10→22→34　よって　34番

+12　+12　　　　+12　+12

（2） D列の右端に注目して考えると，1番目の右端は12番→2番目の右端は24番→3番目の右端は36番と考えると，12×8 = 96 より，8番目の右端には，96番の番号札を持った生徒が座る。

よって，A列の9番目の長椅子に，97，98，99の番号札を持った生徒が座るので，100番の番号札を持った生徒は，B列の9番目の長椅子に座る。

（3） 長椅子の数を x 脚とおいて，生徒の人数を x を使って表す。

3人ずつ x 脚に座ると31人生徒は余るので　$(3x+31)$ 人

また， 4人ずつ座ると $(x-4)$ 脚の長椅子にすべての生徒がちょうど4人ずつ座ることできたので　$4(x-4)$ 人

よって， $3x+31=4(x-4)$　これを解いて， $x=47$　また， $4(47-4)=4\times43=172$

生徒の人数は172人，長椅子の数は47脚

※　生徒の人数を x 人とおいて，長椅子の数を x を使って表すと，方程式は　$\dfrac{x-31}{3}=\dfrac{x+16}{4}$ となる。